

1 80131: חשבון אינפיניטסימלי 1

1.1 בוחן 1

1. הגדירו את המושג קבוצה חסומה.
2. קבעו האם הטענות הבאות נכונות או לא (אין צורך לנמק):
(א) מכפלה של רציונלי שונה מ-0 באי-רציונלי היא אי-רציונלית תמיד
(ב) $\forall a, b \in \mathbb{R} \exists c \in \mathbb{R} a < c < b$
3. בדקו האם הקבוצה הבאה חסומה מלעיל. אם כן - חשבו את החסם העליון. הוכיחו במדויק את טענותיכם!

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 - 3| < 5\}$$

1.2 בוחן 2

1. הגדירו מהי סדרת קושי.
2. קבעו לגבי הטענות הבאות האם הן נכונות או לא; אין צורך להוכיח:
(א) אם $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה אז $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$ אם $\lim_{n \rightarrow \infty} (|a_n|) = 0$
(ב) לכל זוג סדרות $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ ו- $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ מתקיים
$$\liminf(a_n) \cdot \liminf(b_n) \leq \liminf(a_n \cdot b_n)$$
3. (א) נסחו את משפט הסנדוויץ'.
(ב) תהי $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה כך ש- $\sqrt[n]{a_n} = 2$. הוכיחו כי $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot e^{-n} = 0$. הוכיחו במדויק את טענותיכם!

1.3 בוחן 3

1. הגדירו את הטענה "לפונקציה f יש נקודת אי-רציפות ממין ראשון בנקודה x_0 ".
2. קבעו לגבי הטענות הבאות האם הן נכונות או לא; אין צורך להוכיח:
(א) הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \cos \frac{1}{n}}$ מתכנס
(ב) לכל x קיימת תמורה σ של הטבעיים כך ש- $\frac{\cos(\sigma(n) \cdot x)}{\sigma(n)^2}$ מתכנס ל-5
3. (א) נסחו את משפט דיריכלה.
(ב) עבור אלו x מתכנס הטור הבא: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{n!}$

2 80134: אלגברה לינארית 1

2.1 בוחן

1. יהי F שדה. יהי $F_{\leq 4}[x]$ מרחב הפולינומים מדרגה קטנה מ-4 או שווה ל-4 מעל F . נסמן $A = \{x^0 + x^2, x^2 + x^4, x^2 - x^4\}$ וכן $W = \text{span}\{x^0, x^2, x^4\}$. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) אם $F = \mathbb{Z}_2$ אזי A מהווה בסיס של W .

(ב) אם $F = \mathbb{Z}_3$ אזי A מהווה בסיס של W .

(מותר לכם להסתמך בתשובה על כך שהקבוצה $\{x^0, x^1, x^2, x^3, x^4\}$ היא בסיס של $F_{\leq 4}[x]$ מעל F ; אין צורך להוכיח זאת.)

2. יהי F שדה, V מרחב וקטורי ממימד סופי מעל F . יהיו $U, W, W' \subseteq V$ שלושה תתי-מרחבים. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:

אם $U + W = U + W'$ וגם $U \cap W = U \cap W' = 0$ אזי $W = W'$.