

# 1 80131: חשבון אינפיניטסימלי 1

## 1.1 בוחן 1

1. הגדירו את המושג קבוצה חסומה.
2. קבעו האם הטענות הבאות נכונות או לא (אין צורך לנמק):  
(א) מכפלה של רציונלי שונה מ-0 באי-רציונלי היא אי-רציונלית תמיד  
(ב)  $\forall a, b \in \mathbb{R} \exists c \in \mathbb{R} a < c < b$
3. בדקו האם הקבוצה הבאה חסומה מלעיל. אם כן - חשבו את החסם העליון. הוכיחו במדויק את טענותיכם!

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 - 3| < 5\}$$

## 1.2 בוחן 2

1. הגדירו מהי סדרת קושי.
2. קבעו לגבי הטענות הבאות האם הן נכונות או לא; אין צורך להוכיח:  
(א) אם  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  סדרה אז  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$  אם  $\lim_{n \rightarrow \infty} (|a_n|) = 0$   
(ב) לכל זוג סדרות  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  ו- $(b_n)_{n=1}^{\infty}$  מתקיים  
$$\liminf(a_n) \cdot \liminf(b_n) \leq \liminf(a_n \cdot b_n)$$
3. (א) נסחו את משפט הסנדוויץ'.  
(ב) תהי  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  סדרה כך ש- $\sqrt[n]{a_n} = 2$ . הוכיחו כי  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot e^{-n} = 0$ . הוכיחו במדויק את טענותיכם!

## 1.3 בוחן 3

1. הגדירו את הטענה "לפונקציה  $f$  יש נקודת אי-רציפות ממין ראשון בנקודה  $x_0$ ".
2. קבעו לגבי הטענות הבאות האם הן נכונות או לא; אין צורך להוכיח:  
(א) הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \cos \frac{1}{n}}$  מתכנס  
(ב) לכל  $x$  קיימת תמורה  $\sigma$  של הטבעיים כך ש- $\frac{\cos(\sigma(n) \cdot x)}{\sigma(n)^2}$  מתכנס ל-5
3. (א) נסחו את משפט דיריכלה.  
(ב) עבור אלו  $x$  מתכנס הטור הבא:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{n!}$

## 2 80134: אלגברה לינארית 1

### 2.1 בוחן

1. יהי  $F$  שדה. יהי  $F_{\leq 4}[x]$  מרחב הפולינומים מדרגה קטנה מ-4 או שווה ל-4 מעל  $F$ . נסמן  $A = \{x^0 + x^2, x^2 + x^4, x^2 - x^4\}$  וכן  $W = \text{span}\{x^0, x^2, x^4\}$ . הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) אם  $F = \mathbb{Z}_2$  אזי  $A$  מהווה בסיס של  $W$ .

(ב) אם  $F = \mathbb{Z}_3$  אזי  $A$  מהווה בסיס של  $W$ .

(מותר לכם להסתמך בתשובה על כך שהקבוצה  $\{x^0, x^1, x^2, x^3, x^4\}$  היא בסיס של  $F_{\leq 4}[x]$  מעל  $F$ ; אין צורך להוכיח זאת.)

2. יהי  $F$  שדה,  $V$  מרחב וקטורי ממימד סופי מעל  $F$ . יהיו  $U, W, W' \subseteq V$  שלושה תתי-מרחבים. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:

אם  $U + W = U + W'$  וגם  $U \cap W = U \cap W' = 0$  אזי  $W = W'$ .